



100 Jahre Feinstrukturkonstante – Warum Präzisionsbestimmungen?

Zoltán Harman
harman@mpi-hd.mpg.de

Max-Planck-Institut für Kernphysik, Heidelberg

Sommerfeld-Seminar der Arnold Sommerfeld Gesellschaft e.V.,
Universität Leipzig, 24.11.2016

- 1 Spektroskopie
- 2 Einführung der Feinstrukturkonstante
- 3 Quantenelektrodynamik
- 4 Elektron im Magnetfeld: Landé g -Faktor
- 5 Landé g -Faktor von hochgeladenen Ionen
- 6 Ist die Feinstrukturkonstante tatsächlich konstant?

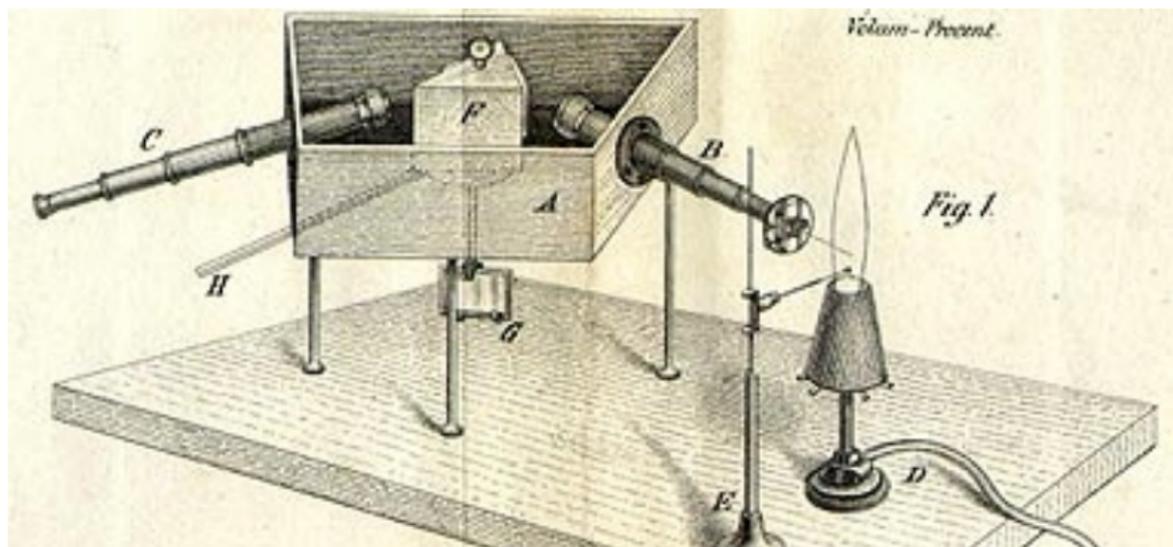
Spektroskopie im XIX. Jahrhundert

Auf dem "Haus zum Riesen" in der Heidelberger Hauptstraße:

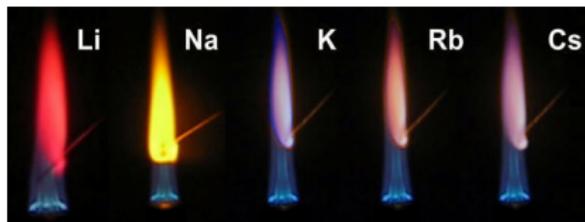


"In diesem Hause hat **Kirchhoff** 1859 seine mit **Bunsen** begründete Spektralanalyse auf Sonne und Gestirne gewandt und damit die Chemie des Weltalls erschlossen"

Der erste Spektralapparat von Kirchhoff und Bunsen: ein Provisorium aus zwei Fernrohren und einem drehbaren Prisma



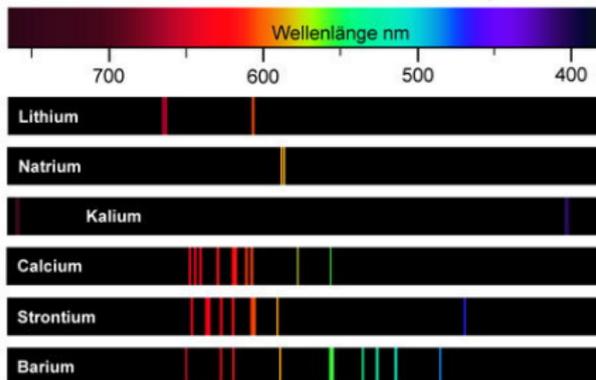
Die Farbe der Flamme, d.h. das **Linienpektrum** ist ein charakteristischer Fingerabdruck für jedes Element:



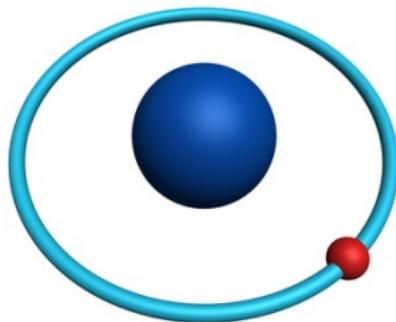
Das einfachste Atom: das **Wasserstoffatom** mit einem einzigen Elektron gebunden im anziehenden Coulomb-Potential eines Protons

Linienpektren der Alkali- und Erdalkalimetalle

Auswahl beobachtbarer Linien der Emissionsspektren

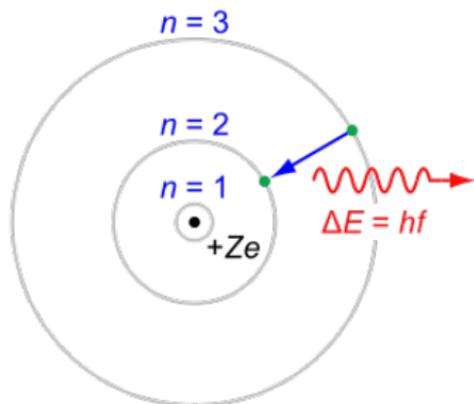


© Thomas Sehnacht



Bohrsche Atommodell (1913):

- das Elektron umkreist das Proton auf klassischen, geschlossenen Bahnen
- nur Bahnen mit bestimmten Radien (bzw. Geschwindigkeiten o. Energien) sind erlaubt!
- bei einem **Quantensprung** zwischen zwei Zuständen wird elektromagnetische Strahlung der Frequenz $f = \Delta E/h$ absorbiert bzw. emittiert; diese Lichtquanten sind die **Photonen**
 h : Plancksche Konstante



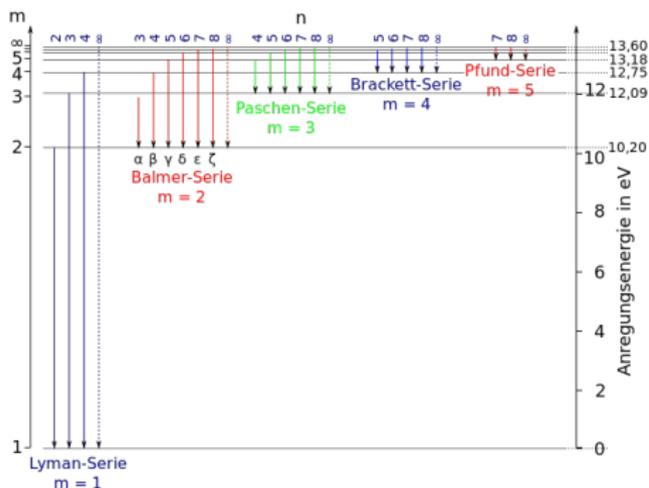
Die diskreten **Energieniveaus** sind beschrieben durch die Hauptquantenzahl n :

$$E_n = -\frac{1}{n^2} \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \frac{m}{2\hbar^2}.$$

e : Elementarladung; m : Elektronenmasse;
 ϵ_0 : elektrische Feldkonstante



Das resultierende Termschema (d.h. die möglichen Frequenzen der Strahlung) beschrieb die Grobstruktur des H-Atoms, stimmte aber mit den experimentellen Spektren nicht ganz überein

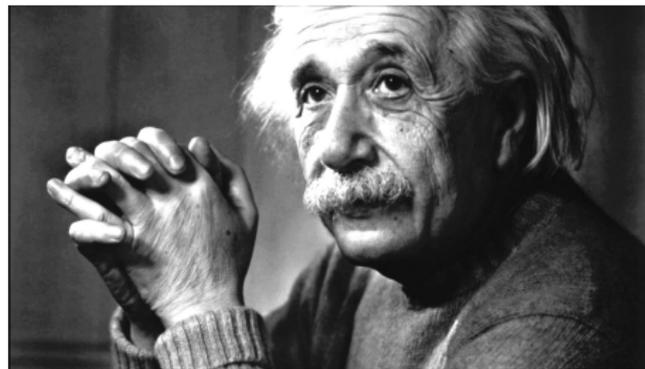


Was ist mit der **Feinstrukturaufspaltung** der Spektrallinien?

Erweiterung des Bohrschen Modells durch **Arnold Johannes Wilhelm Sommerfeld** in 1916:

Die Geschwindigkeit des Elektrons in H-Atom ist so groß, dass die Relativitätstheorie **Albert Einsteins** berücksichtigt werden muss

$$\frac{v}{c} = \alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c} \approx \frac{1}{137}$$



Energieniveaus des Elektrons im H-Atom:

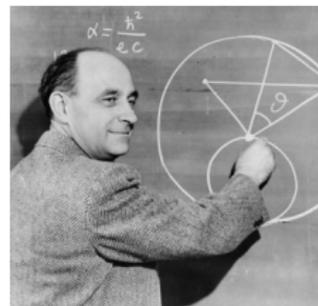
Sommerfeldsche Feinstrukturformel

$$E_{nj} = mc^2 \left(1 + \frac{\alpha^2}{\left(n - j - \frac{1}{2} + \sqrt{\left(j + \frac{1}{2} \right)^2 - \alpha^2} \right)^2} \right)^{-1/2}$$

Mit der Feinstrukturkonstante (in SI-Einheiten):

$$\begin{aligned} \alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c} &= 0.0072973525664(17) \\ &= \frac{1}{137.035999139(31)} \quad (\text{CODATA}^a 2014) \end{aligned}$$

^aCommittee on Data for Science and Technology

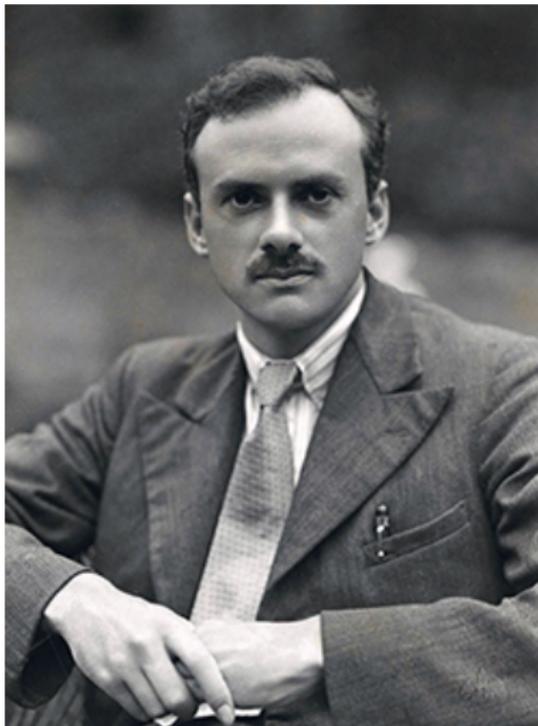




Sommerfeld-Büste an der
Universität München
(α hier in CGS-Einheiten)

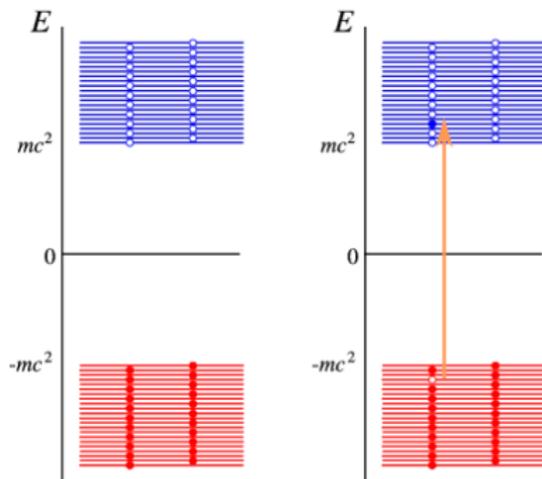
Wolfgang Pauli über
Sommerfeld: *"Er sieht aus wie
ein alter Husarenoberst"*

Eine quantenmechanische Beschreibung der schnellen, relativistischen Elektronen erfolgte später, in 1928 durch **Paul A. M. Dirac**



Die Dirac-Gleichung erlaubt auch Elektronen negativer Energie ($E < -mc^2$):

$$E = \pm \sqrt{m^2 c^4 + p^2 c^2}$$



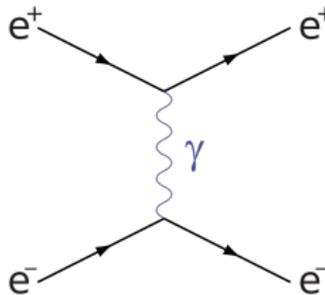
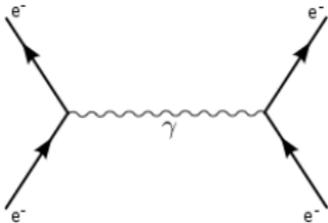
Ein Loch im unendlich großem See der Elektronen negativer Energie: **Positron**, e^+
Vorhersage der **Antiteilchen!**

Entdeckung des Positrons in der kosmischen Strahlung durch **Carl D. Anderson** (1932)

Es stellte sich heraus, dass α nicht nur die Stärke der Wechselwirkung zwischen dem Elektron und dem Proton im H-Atom beschreibt, sondern auch allgemein die Stärke der Anziehung oder Abstoßung zwischen 2 beliebigen geladenen Teilchen:

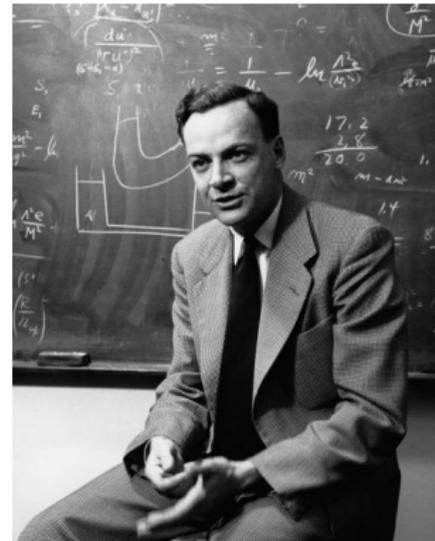


Die geladenen Teilchen wechselwirken durch den **Austausch von Photonen**. Bei jedem Wechselwirkungspunkt (Vertex) ist die Stärke der WW beschrieben durch die Elementarladung e .
2 Vertices: $\frac{e^2}{4\pi} = \alpha$ (in natürlichen Einheiten)



Feynman-Diagramme

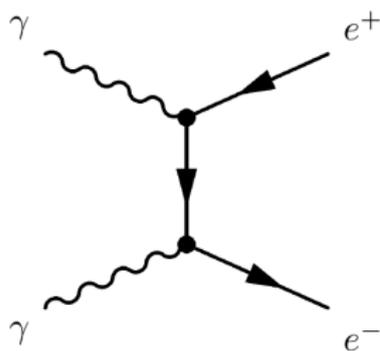
Richard P. Feynman



Quantenelektrodynamik: die quantenphysikalische Theorie der elektromagnetischen Strahlung und deren Wechselwirkung mit geladenen Teilchen

Teilchen und Antiteilchen können sogar aus dem "Nichts" (Vakuum) erzeugt werden:

Paarerzeugung



Sin-Itiro Tomonaga



Julian Schwinger



Richard P. Feynman

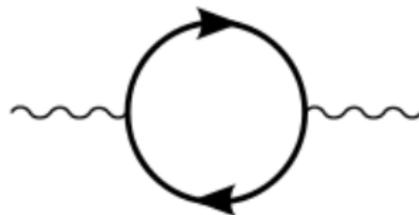
Nobelpreis in 1965

Ein Elektron kann sogar mit seinem eigenen Strahlungsfeld wechselwirken:



"virtuelles Photon": existiert nur für eine kurze Zeit, gegeben durch die Heisenbergsche Unschärferelation
 $\Delta E \Delta t \approx \hbar$

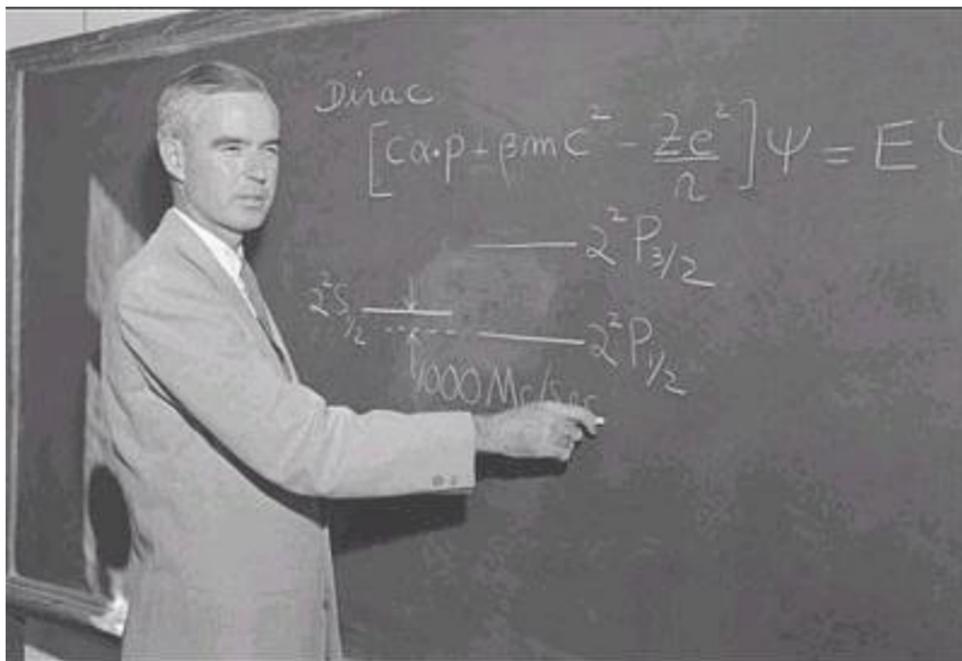
...oder durch ein Photon kann das Vakuum polarisiert werden:



"virtuelles Elektron-Positron Paar"

Wie könnte man solche Effekte experimentell untersuchen bzw. bestätigen?

Experimente von **Lamb und Retherford** (1947): die Frequenz der Strahlung beim Quantensprung zwischen den Niveaus $2s_{1/2}$ - $2p_{1/2}$ im H-Atom wurde bestimmt



Willis E. Lamb Jr (1913 - 2008)



Shelter Island Conference
June 1947

Standing:
Willis E. Lamb, Jr
John A. Wheeler

Seated:
Abraham Pais
Richard Feynman
Hermann Feshbach
Julian Schwinger.

Photo: National Academy of Sciences Archives

Die erste richtige Erklärung des Experiments durch Rechnungen von **Hans Bethe**

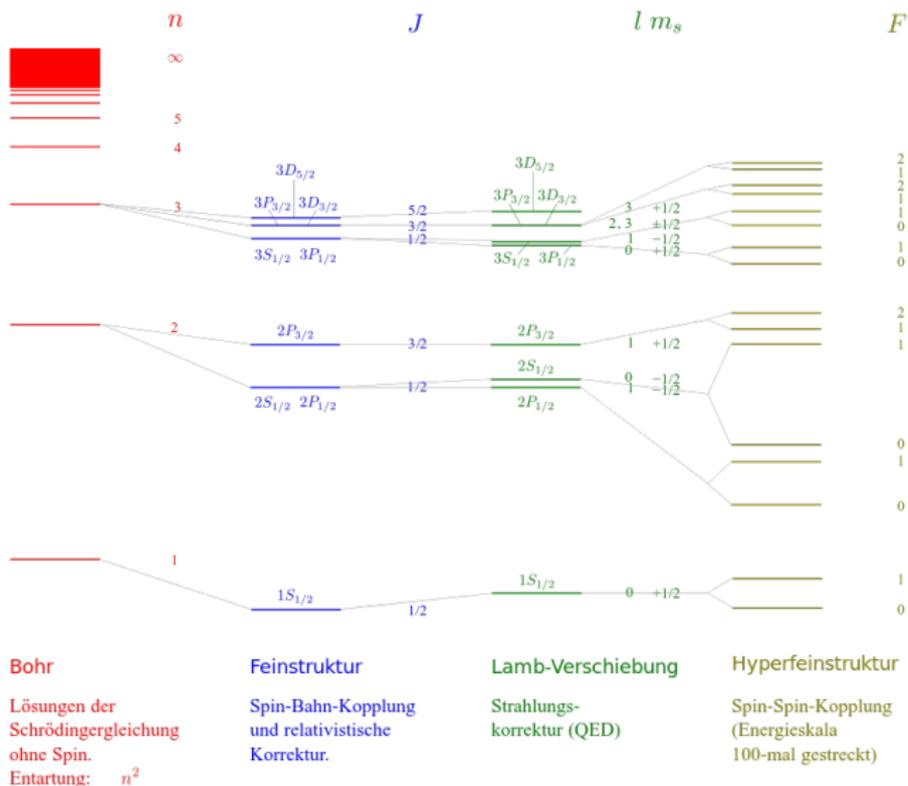


Das Elektron in Atom wechselwirkt tatsächlich auch mit seinem eigenen Strahlungsfeld, nicht nur mit dem Kern

Ein Triumph der Quantenelektrodynamik (QED)!



Das Termschema des Wasserstoffatoms mit diesen Strahlungskorrekturen:



Hochgeladene Ionen

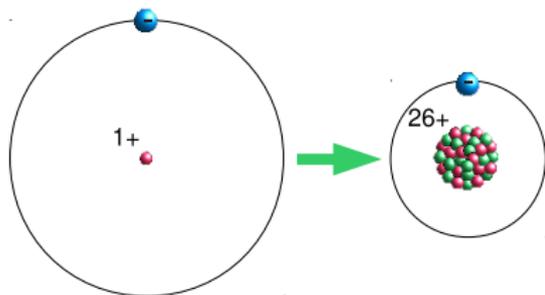
Eine noch detailliertere und präzisere Untersuchung von quantenelektrodynamischen Effekten in modernen Experimenten:

hochgeladene, wasserstoffartige Ionen: $\alpha \Rightarrow Z\alpha$

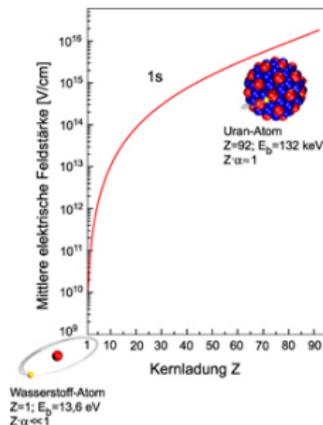
Effekte der Relativität und der QED werden deutlich verstärkt

$\frac{v}{c} = Z\alpha = 0.19$ (Eisen, Fe, $Z=26$); $=0.67$ (Uran, U, $Z=92$)

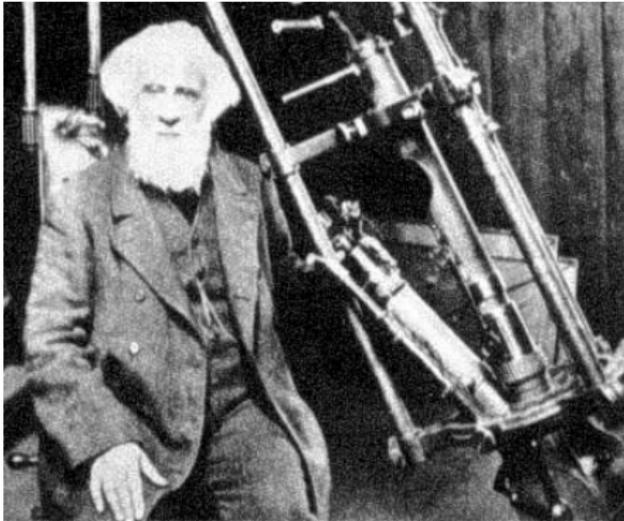
$v \approx c$: sehr schnelle, relativistische Elektronen



Z.B. Fe^{25+} : kommt auf der Erde nicht vor



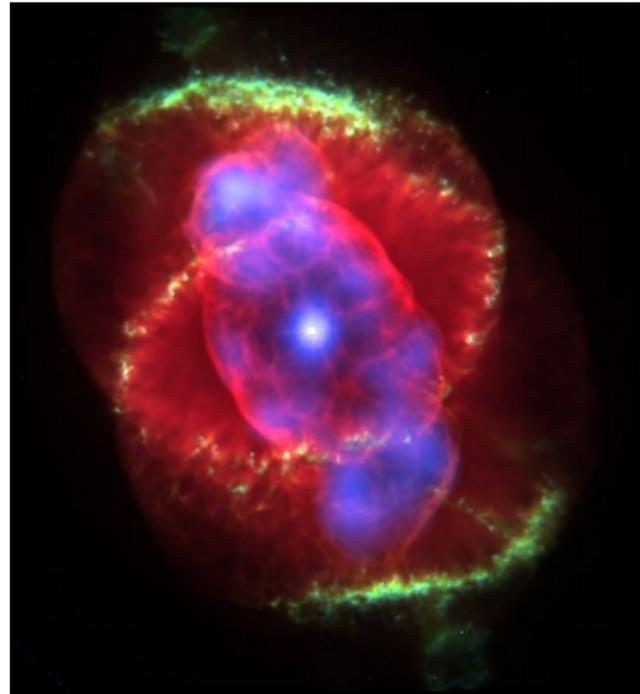
"Nebulium": kohlenstoffartiger Sauerstoff, O^{2+} , O II



Sir W. Huggins

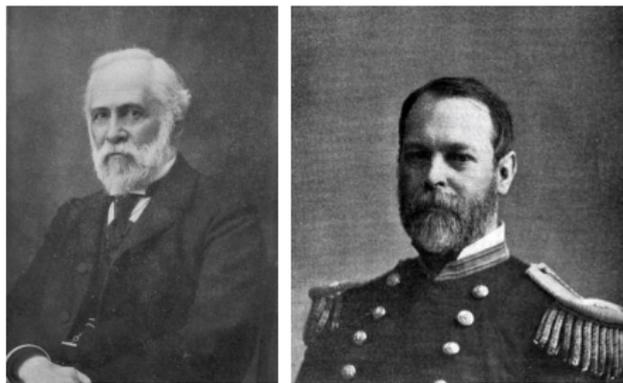
Entdeckung in 1864

(5 Jahre vor der Aufstellung des
Periodensystems von Dmitri
Mendelejew und Lothar Meyer)



Katzenaugennebel (planetarischer
Nebel NGC6543 im Sternbild Drache)

"Coronium"

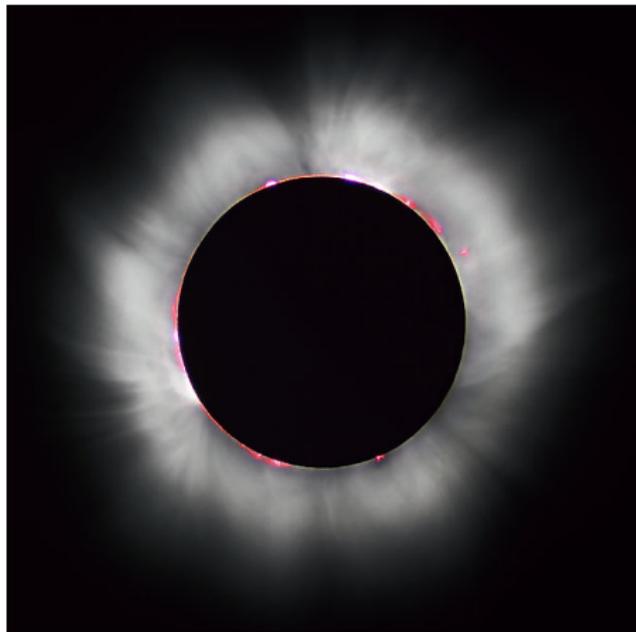


C. A. Young, W. Harkness

Beobachtung in 1869 während einer
Sonnenfinsternis in Nordamerika

1902: Mendelejew: "Coronium" –
neues Element?

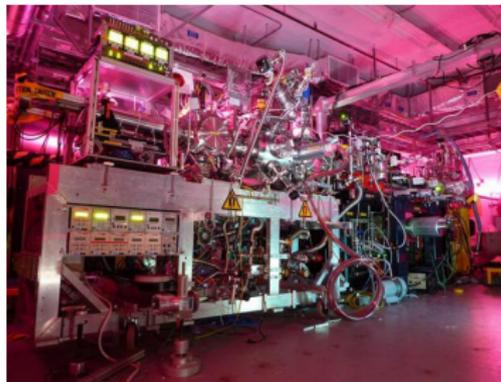
1930: Grotrian, Edlén: Fe^{13+} , Fe XIV



Erzeugung von hochgeladenen Ionen auf der Erde in **Laborexperimenten:**



Schwerionenspeicherring ESR der
GSI (Gesellschaft für
Schwerionenforschung) in Darmstadt



Eine Elektronenstrahl-Ionenfalle
(EBIT) des Max-Planck-Instituts für
Kernphysik Heidelberg

PERIODIC TABLE OF THE ELEMENTS

<http://www.periodni.com>

PERIOD	GROUP I IA	GROUP IUPAC	GROUP CAS																		
1	1	1	1	2	2	13	13	10	10	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	
1	H	1.0079	1A	1	1	He	4.0026	VIIIA	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
2	Li	6.941	IA	2	2	Be	9.0122	IIA	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
3	Na	22.990	IA	12	12	Mg	24.305	IIA	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13
4	K	39.098	IA	20	20	Ca	40.078	IIA	21	21	21	21	21	21	21	21	21	21	21	21	21
5	Rb	85.468	IA	38	38	Sr	87.62	IIA	39	39	39	39	39	39	39	39	39	39	39	39	39
6	Cs	132.91	IA	56	56	Ba	137.33	IIA	57-71	57-71	57-71	57-71	57-71	57-71	57-71	57-71	57-71	57-71	57-71	57-71	57-71
7	Fr	(223)	IA	88	88	Ra	(226)	IIA	89-103	89-103	89-103	89-103	89-103	89-103	89-103	89-103	89-103	89-103	89-103	89-103	89-103

LANTHANIDE

57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71
La	Ce	Pr	Nd	Pm	Sm	Eu	Gd	Tb	Dy	Ho	Er	Tm	Yb	Lu
LANTHANUM	CERMIUM	PRASEODYMIUM	NEODYMIUM	PROMETHIUM	SAMARIUM	EUROPIUM	GADOLINIUM	TERBIUM	DYSPROSIUM	HOLMIUM	ERBIUM	THULIUM	YTTERIUM	LUTETIUM

ACTINIDE

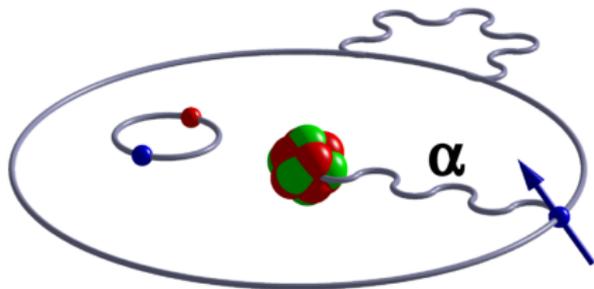
89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103
Ac	Th	Pa	U	Np	Pu	Am	Cm	Bk	Cf	Es	Fm	Md	No	Lr
ACTINIUM	THORIUM	PROTACTINIUM	URANIUM	NEPTUNIUM	PLUTONIUM	AMERICIUM	CURIUM	BERKELIUM	CALIFORNIUM	EINSTEINIUM	FERMIUM	MENDELEVIUM	NOBELIUM	LAWRENCIUM

(1) Pure Appl. Chem., **81**, No. 11, 2151-2156 (2009)
Relative atomic masses are expressed with five significant figures. For elements that have no stable nuclides, the value enclosed in brackets indicates the mass number of the longest-lived isotope of the element. However three such elements (Tl, Pa and U) do have a characteristic terrestrial isotopic composition, and for these an atomic weight is tabulated.

Copyright © 2012 Eri Generati

Das Elektron in Magnetfeld

Das in einem Atom kreisende Elektron (=Kreisstrom) wechselwirkt mit einem **äusseren Magnetfeld B** : das Atom, wie ein Kompassnadel, kann sich parallel oder antiparallel zu den Magnetfeldlinien einstellen



Das bewirkt eine weitere Aufspaltung der Spektrallinien: **Zeeman-Aufspaltung**

$$\Delta E = \mu_B B g$$

mit dem Bohrschen Magneton $\mu_B = \frac{e\hbar}{2mc}$
und dem Landéschen g-Faktor

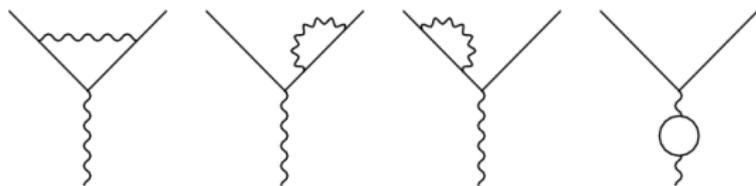


Alfred Landé: ein Student von Sommerfeld

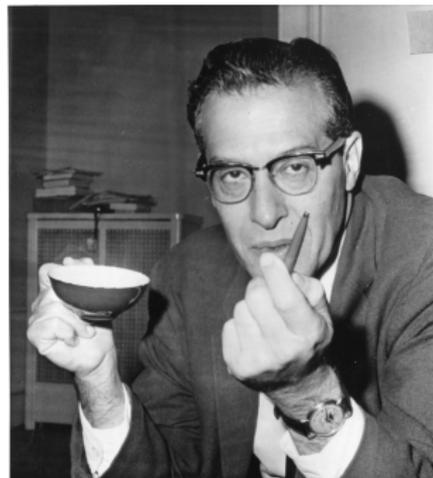
Das Elektron hat aber auch einen "eingebauten" Kompassnadel, ein intrinsisches magnetisches Moment. Ladé-Faktor eines freien Elektrons:

$$g_{\text{frei}} = 2(\text{Dirac}) + \frac{\alpha}{\pi}(\text{QED-Korrektur}) + \dots$$

Die wichtigste Strahlungskorrektur wurde von **Julian Schwinger** in 1948 berechnet



Schwinger-Term: α/π , verbindet eine physikalische und eine mathematische Konstante, wurde auch experimentell bestätigt

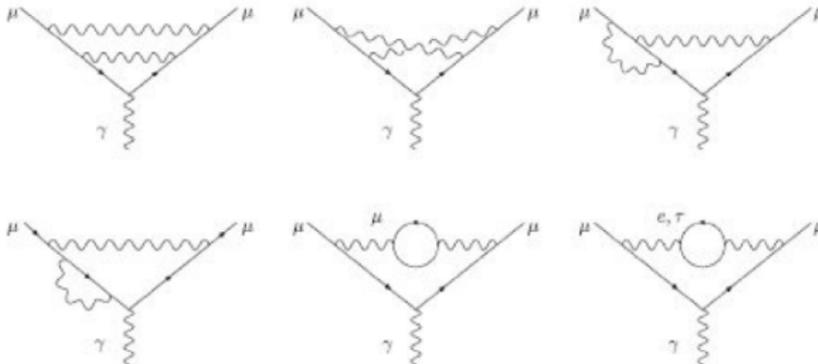


Eine Messung des g -Faktors des freien Elektrons bietet auch eine Möglichkeit, α zu **bestimmen**:

$$\alpha = \pi(g_{\text{exp}} - 2)$$

... wenn man Schwinger und der QED glaubt ...

Terme höherer Ordnung in α : Feynman-Diagramme mit zwei ($\sim \alpha^2$), drei ($\sim \alpha^3$), vier ($\sim \alpha^4$) ... Schleifen



Mit der Anzahl der Schleifen wächst die Anzahl der Diagramme und die Komplexität der damit verbundenen mathematischen Ausdrücke

Kinoshita & Mitarbeiter: Zehntausende von Diagrammen berechnet!
 Die bisher genaueste Bestätigung einer Quantenfeldtheorie und die genaueste Bestimmung der Feinstrukturkonstante stammt von g-Faktor-Experimenten mit freien Elektronen

Warum ist denn $\alpha \approx 1/137$?

- Wir wissen es nicht!
- **Anthropische Erklärung:** stabile Materie würde nicht existieren, wenn α anders wäre. Wäre $\alpha \approx 1/132$: Kohlenstoff könnte in Kernfusion (Nukleosynthese) nicht erzeugt werden
- Versuch auf eine mathematische Erklärung (J. Gilson):

$$\alpha = \frac{\cos(\pi/137) \tan(\pi/(137 \cdot 29))}{137} \frac{\pi/(137 \cdot 29)}{\pi/(137 \cdot 29)} \approx \frac{1}{137.0359997867}$$

⇒ hat ganz gut gestimmt – bis 2007

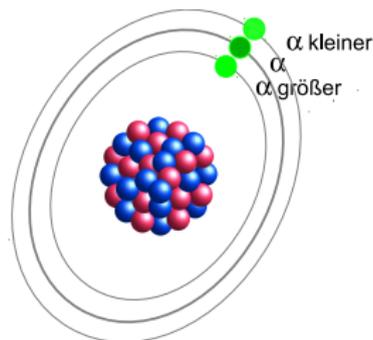
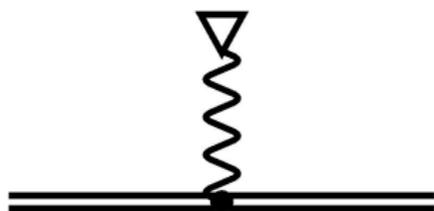
- Die genaue Bestimmung von α ist wichtig für die innere Konsistenz der QED und des **Standard Modells** der Teilchenphysik
- α hängt mit anderen **Naturkonstanten** zusammen – eine Erhöhung der Genauigkeit führt zur Verbesserung anderer Konstanten, die in unterschiedlichen Gebieten der Wissenschaft und der Technik gebraucht werden

Elektron in Coulomb- und Magnetfeld

Ist das Elektron nicht frei, sondern gebunden in einem Ion, ist die Zeeman-Aufspaltung wieder

$$\Delta E = \mu_B B g$$

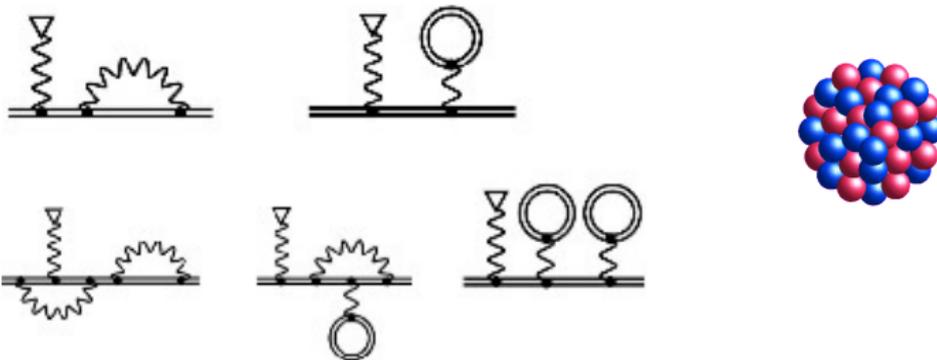
mit dem Bohrschen Magneton $\mu_B = \frac{e\hbar}{2mc}$



Der Dirac (d.h. relativistischer) g-Faktor für ein wasserstoffartiges Ion (G. Breit, 1928) – Abhängigkeit von $Z\alpha$ statt α :

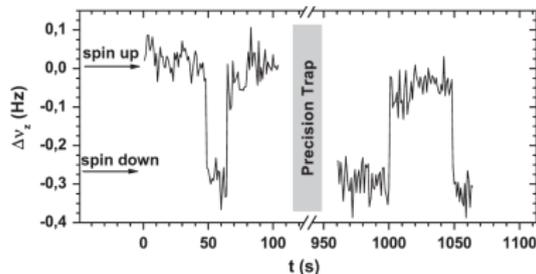
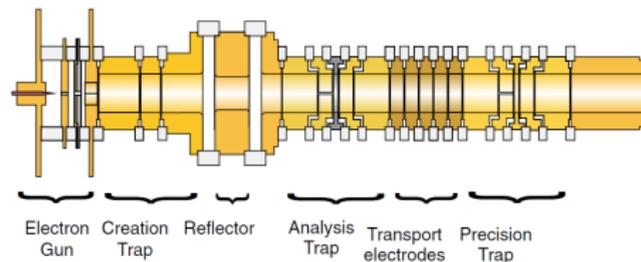
$$g_D = \frac{2}{3} \left(1 + 2\sqrt{1 - (Z\alpha)^2} \right)$$

Wieder tragen mehrere Feynman-Diagramme –
Strahlungskorrekturen – bei, z.B.:



Ausserdem: weitere feine Effekte vom Kern - Kernrückstoß und die
Ausdehnung (Radius) des Kerns

Messungen des g-Faktors in Penningfallen



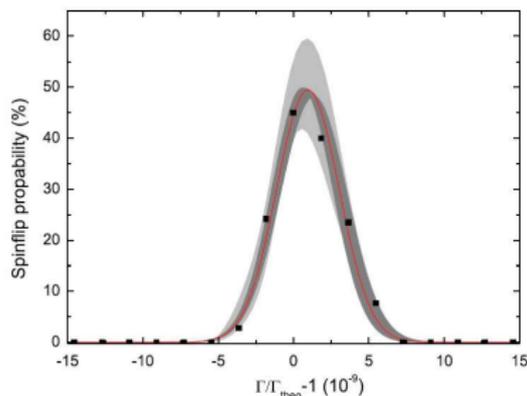
Frequenz der Zeeman-Aufspaltung –
Larmorfrequenz:

$$\nu_L = g\mu_B B \frac{1}{2\pi} = g \frac{e}{4\pi m_e} B,$$

Frequenz der Kreisbewegung des ganzen
Ions (Ladung Q) im Magnetfeld –
Zyklotronfrequenz:

$$\nu_c = \frac{QB}{2\pi M},$$

$$\rightarrow g_{\text{exp}} = 2 \frac{\nu_L}{\nu_c} \frac{m_e}{M} \frac{Q}{e}$$



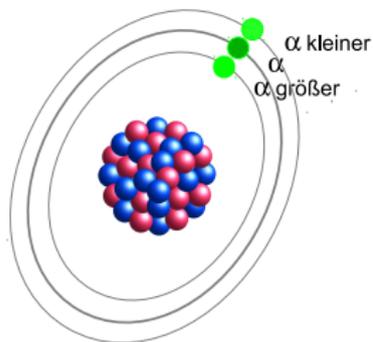
Ergebnisse für $^{28}\text{Si}^{13+}$ ($Z=14$)

Theorie			
Dirac-Wert		1.993 023 571 6	Breit 1928
Kernausdehnung		0.000 000 020 5	
Einschleifen-QED	$(Z\alpha)^0$	0.002 322 819 5	Schwinger 1948
	$(Z\alpha)^2$	0.000 004 040 7	
	$(Z\alpha)^4$	0.000 001 244 6	
	h.o. SE	0.000 000 542 8(3)	
	h.o. VP-EL	0.000 000 032 6	
	h.o. VP-ML	0.000 000 002 5	
	\geq Zweischleifen-QED	$(Z\alpha)^0$	
	$(Z\alpha)^2$	-0.000 000 006 1	
	$(Z\alpha)^4$	-0.000 000 001 3	
	h.o.	0.000 000 000 0(17)	
Kernrückstoß	m/M	0.000 000 206 1(1)	
	rad-rec	-0.000 000 000 2	
	h.o.	-0.000 000 000 1	
Totale Theorie		1.995 348 958 0(17)	
Experiment		1.995 348 958 7(5)(3)(8)	(stat)(syst)(m_{Elektron})

Präzisionstest der QED in einem starken Coulombfeld

- S. Sturm, A. Wagner, B. Schabinger, J. Zatorski, Z. H., W. Quint, G. Werth, C. H. Keitel, K. Blaum, Phys. Rev. Lett. **107**, 023002 (2011)

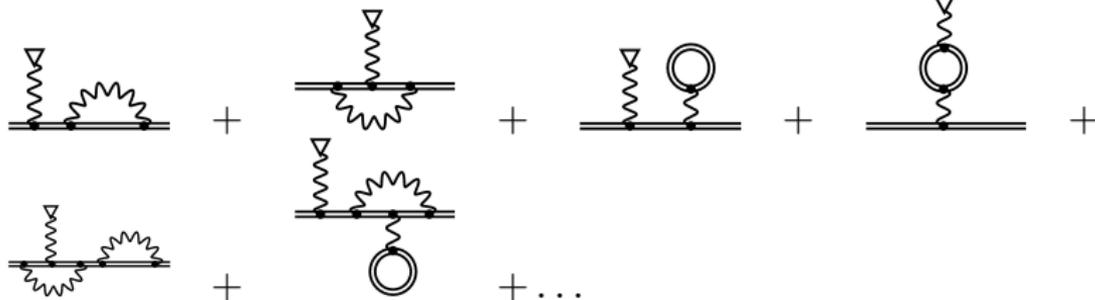
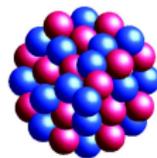
Bestimmung der Feinstrukturkonstante vom g-Factor von hochgeladenen Ionen



- In Atomen/Ionen: jede Eigenschaft des Systems ist α -Abhängig
- ... besser gesagt: $Z\alpha$ -Abhängig – deutlich erhöhte Empfindlichkeit verglichen mit dem freien Elektron!
- **Bestimmung von α** vom g-Faktor – scheint eine gute Idee zu sein, weil der Landé-Faktor sehr genau gemessen und gerechnet werden kann

Prinzip der Bestimmung von α :

$$g_{\text{exp}} \stackrel{!}{=} g_{\text{theo}} = \frac{2}{3} \left(1 + 2\sqrt{1 - (Z\alpha)^2} \right) +$$



- **Problem:** Kernparameter (z.B. Radius) sind nicht hinreichend genau bekannt
- **Lösungsvorschlag:** gewichtete Differenz mit einem H- und Li-artigem Ion (selbe Kerladung Z):

$$\delta_{\Xi}g = g(2s) - \Xi g(1s),$$

wobei Ξ theoretisch optimiert wurde zur Unterdrückung der Kerneffekte

Damit kann man α im Prinzip noch 2-3 Stellen genauer angeben – dazu müssen wir noch einige Diagramme berechnen, und unsere Kollegen von der Experimentalphysik müssen ihre Präzision erhöhen...

- V. A. Yerokhin, E. Berseneva, Z.H., I. I. Tupitsyn, C. H. Keitel, Phys. Rev. Lett., **116**, 100801 (2016); *ibid.* Phys. Rev. A **94**, 022502 (2016).

Ist die Feinstrukturkonstante tatsächlich konstant?

Manche Theorien der Elementarteilchenphysik vorhersagen eine *zeit- oder ortsabhängige Feinstrukturkonstante*:

- Stringtheorie
- Erweiterungen des Standard Modells

Webb *et al.* analysierten einen riesigen Datensatz von astrophysikalischen Spektren, und fanden (1999):

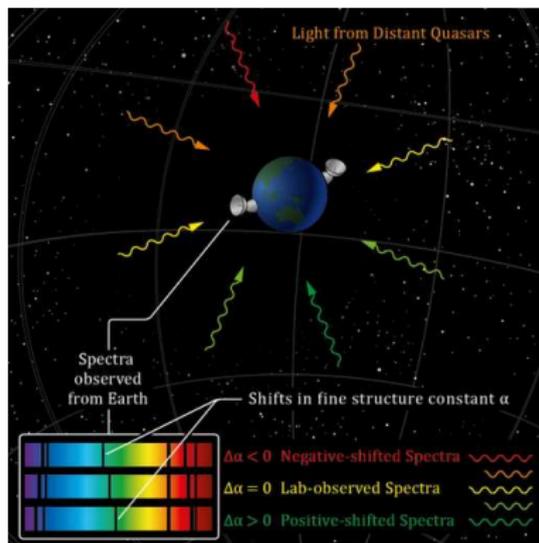
$$\frac{\Delta\alpha}{\alpha} = -5.7(1.0) \cdot 10^{-16} / \text{Jahr}$$

Neuere Auswertung in 2004, Chand *et al.*:

$$\frac{\Delta\alpha}{\alpha} = -0.6(0.6) \cdot 10^{-16} / \text{Jahr}$$

⇒ das Thema ist umstritten

Astrophysikalische Tests der α -Variation: das Linienspektrum des Lichts von weit entfernten Objekten (z.B. Quasaren) kann mit dem bekannten atomaren Linienspektrum verglichen werden – gibt es Verschiebungen?



Tests der Variation von α im Labor

Vorteile der spektroskopischen Tests der α -Variation auf der Erde:

- eine höhere Empfindlichkeit kann (und muß...) erreicht werden
- man kann das atomare System nach Belieben wählen

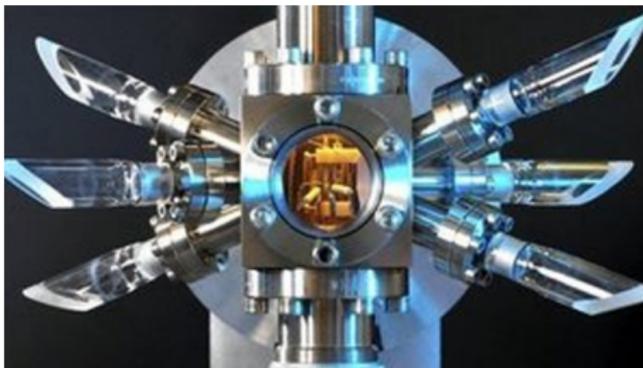
Messungen mit Hg⁺/Al⁺

Atomuhren:

$$\Delta\alpha/\alpha = -1.6(2.3) \cdot 10^{-17} / \text{Jahr}$$

Rosenband *et al.*, Science **319**

(2008)



Wie könnte man die Genauigkeit weiter erhöhen?

Antwort: **Sommerfeldsche Feinstrukturformel!**

$$E_{nj} = mc^2 \left(1 + \frac{(Z\alpha)^2}{\left(n - j - \frac{1}{2} + \sqrt{\left(j + \frac{1}{2} \right)^2 - (Z\alpha)^2} \right)^2} \right)^{-1/2}$$

Hochgeladene Ionen: Z höher \Rightarrow Empfindlichkeit auf α und deren möglichen Variation höher

Testmessungen mit Ir¹⁷⁺ Ionen an unserem Institut:

A. Windberger *et al.*, Phys. Rev. Lett., 2015

Zusammenfassung

- Die Anfänge der **Spektroskopie** im XIX. Jahrhundert
- Das Bohrsche **Atommodell** und dessen relativistische Erweiterung von **Arnold Sommerfeld** in 1916; Einführung der **Feinstrukturkonstante**
- **Quantenelektrodynamik**: die ersten Tests Mitte des XX. Jahrhunderts mit H-Atomen
- Experimente am **magnetischen Moment** (Landé g-Faktor) des freien Elektrons: Präzisionsbestimmung von α
- Weitere moderne Tests der QED im XXI. Jahrhundert durch den g-Faktor von **gebundenen Elektronen**; neue Wege zur Bestimmung von α
- Tests der **Zeitabhängigkeit** von α – beste Genauigkeit in Zukunft mit hochgeladenen Ionen?

Unsere Kollaboration

- **Theorieabteilung, MPIK:**

J. Zatorski, E. Berseneva,
C. H. Keitel



- **Theorie, St. Petersburg, Russland:**

V. A. Yerokhin, I. I. Tupitsyn



- **Experimente mit Penningfallen, MPIK/Universität Mainz/GSI:**
S. Sturm, F. Köhler, A. Wagner, B. Schabinger, G. Werth, W. Quint, K. Blaum



Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit!

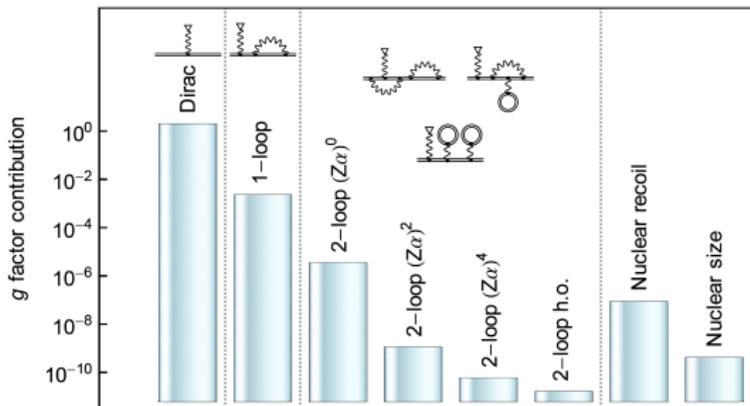


High-precision determination of the electron mass

The mass of the electron can be expressed by the mass and charge of the $^{12}\text{C}^{5+}$ ion, the experimentally measured cyclotron and Larmor frequencies, and the theoretical g-factor as

$$m_e = \frac{g}{2} \frac{e}{Q} \frac{\omega_{\text{cycl}}}{\omega_L} m_{\text{ion}}$$

- $e/Q = 1/6$;
- m_{ion} is known very well ($m_{^{12}\text{C atom}} \equiv 12 \text{ u}$);
- $\omega_{\text{cycl}}/\omega_L$ is measured very precisely;
- the g-factor is taken from theory



Resulting value: $m_e = 0.000548579909067(14)_{\text{stat}}(9)_{\text{sys}}(2)_{\text{theo}} \text{ u}$

surpasses the former CODATA value by more than an order of magnitude

- S. Sturm, F. Köhler, J. Zatorski, A. Wagner, Z. H., G. Werth, W. Quint, C. H. Keitel, K. Blaum, *Nature* **506**, 467 (2014)

